

# L'ellisse come dilatazione della circonferenza

1

Le dilatazioni sono un tipo di trasformazioni lineari descritte dalle equazioni:

$$\begin{cases} x' = a x \\ y' = b y \end{cases}$$

## Esempio

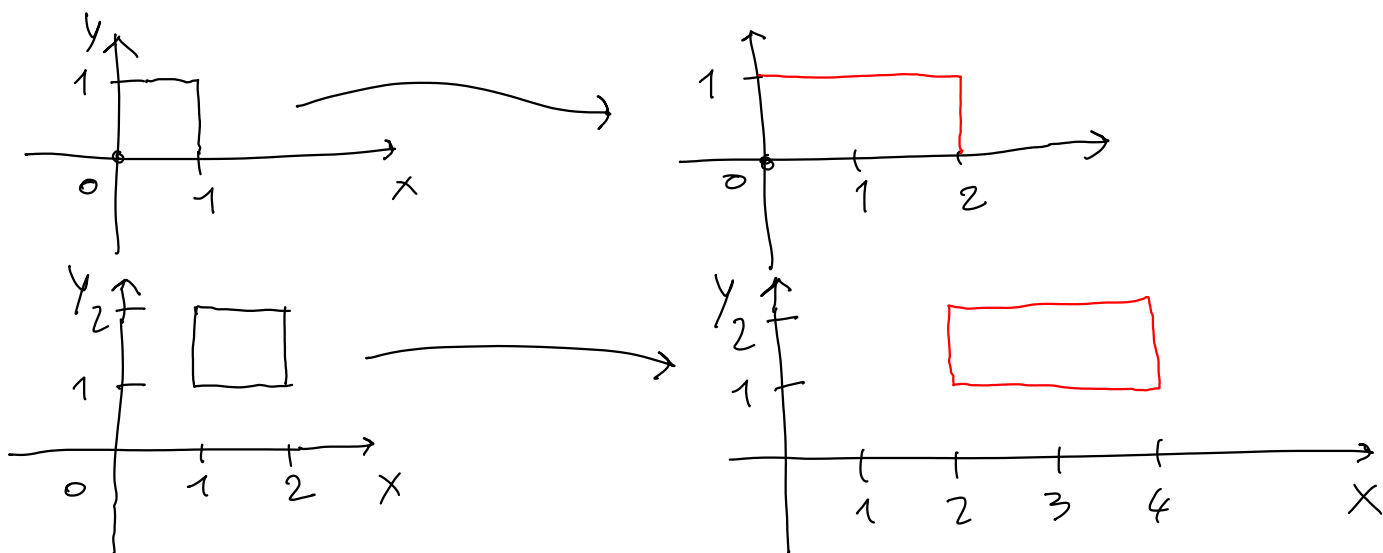
La dilatazione di equazioni

$$\begin{cases} x' = 2x \\ y' = y \end{cases}$$

raddoppia le

ascisse di tutti i punti del piano

trasformando per esempio un quadrato di lato unitario in un rettangolo di lati uno il doppio dell'altro.



L'area aumenta di un  
fattore  $a \cdot b$

(2)

Dilatando la circonferenza  
di centro  $O$  e raggio 1 di  
un fattore  $a$  in  $x$  e di un fattore  $b$   
in  $y$  si ottiene:

$$\begin{cases} x' = ax \\ y' = by \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{x'}{a} \\ y = \frac{y'}{b} \end{cases} ,$$

sostituendo in  $x^2 + y^2 = 1$  si ottiene:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \quad (\text{l'equaz. dell'ellisse}).$$

Usando le dilatazioni si può  
trovare l'area dell'ellisse di  
semiasse  $a$  e  $b$ :

l'ellisse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  ha area

$a \cdot b$  volte maggiore del cerchio

di raggio 1, quindi  $A = \pi a b$ ,

simile all'area del cerchio ( $A = \pi r^2$ ).